LOGARITMAI. LOGARITMINĖS LYGTYS

- ***Logaritmai***

Teigiamojo skaičiaus *b* logaritmas pagrindu *a* (čia *a* > 0, *a* ≠ 1) yra skaičius $\log_a b$, kuriuo pakėlę *a* gauname *b*:

$a^{\log_a b} = b$ - *pagrindinė logaritmų tapatybė.*

$\log_2 8$ yra skaičius, kuriuo pakėlę 2 gauname 8, t. y. $2^{\log_2 8} = 8$.

Jei $\log_a b = c$, tai $a^c = b$. $\log_2 8 = 3$, *nes* $2^3 = 8$.

Dešimtainis logaritmas (žymima: lg *a*) – logaritmas, kurio pagrindas lygus 10. $\lg 7 = \log_{10} 7$

Natūrinis logaritmas (žymima: ln *a*) – logaritmas, kurio pagrindas lygus e (e ≈ 2,7). $\ln 5 = \log_e 5$

Logaritmų savybės

$\log_a 1 = 0$, $\log_5 1 = 0$, *nes* $5^0 = 1$

$\log_a a = 1$, $\log_5 5 = 1$, *nes* $5^1 = 5$

$\log_a (x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$ (*x* > 0, *y* > 0), $\log_5(3 \cdot 2) = \log_5 3 + \log_5 2$

$\log_a \left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$ (*x* > 0, *y* > 0), $\log_5\left(\frac{3}{2}\right) = \log_5 3 - \log_5 2$

$\log_a x^k = k \cdot \log_a x$ (*x* > 0, *k* ∈ ***R***), $\log_2 125 = \log_2 5^3 = 3\log_2 5$

$\log_{a^k} x = \frac{1}{k} \cdot \log_a x$, $\log_{25} 3 = \log_{5^2} 3 = \frac{1}{2}\log_5 3$

$\log_a b = \frac{\log_c b}{\log_c a}$, $\log_3 5 = \frac{\log_2 5}{\log_2 3}$

$\log_a b = \frac{1}{\log_b a}$. $\log_3 5 = \frac{1}{\log_5 3}$

- ***Logaritminės lygtys***

Logaritminė lygtis – lygtis, kurios nežinomasis yra logaritmo arba (ir) logaritmo pagrindo reiškinyje.

- Kai $\log_a f(x) = \log_a g(x)$ (*a* > 0, *a* ≠ 1):

1) sprendžiame lygtį *f (x)* = *g(x)*;
2) iš rastųjų sprendinių išrenkame tuos, su kuriais *f (x)* > 0 ir *g(x)* > 0;

arba sprendžiame sistemą: $\begin{cases} f(x) = g(x), \\ f(x) > 0, \\ g(x) > 0. \end{cases}$

$\log_3 x = \log_3 x^2$,

$\begin{cases} x = x^2, \\ x > 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x(1-x) = 0, \\ x > 0; \end{cases}$ $\begin{cases} x_1 = 0, \ x_2 = 1 \\ x > 0; \end{cases}$ $\Rightarrow x = 1.$ *Ats.*: 1

- Kai $\log_a f(x) = c$ (*a* > 0, *a*≠ 1):

1) sprendžiame lygtį *f (x)* = a^c;
2) iš rastųjų sprendinių išrenkame tuos, su kuriais *f (x)* > 0;

arba sprendžiame sistemą: $\begin{cases} f(x) = a^c, \\ f(x) > 0. \end{cases}$

$\log_3(x-5) = 2$,

$$\begin{cases} x-5=3^2, \\ x-5>0; \end{cases} \begin{cases} x=14, \\ x>5; \end{cases} \Rightarrow x=14. \quad \mathit{Ats.}: 14$$

- Kai $\log_{f(x)} b = c$ $(b > 0)$:

1) sprendžiame lygtį $(f(x))^c = b$;
2) iš rastųjų sprendinių išrenkame tuos, su kuriais $f(x) > 0$ ir $f(x) \neq 1$;

arba sprendžiame sistemą: $\begin{cases} (f(x))^c = b, \\ f(x) > 0, \\ f(x) \neq 1. \end{cases}$

$$\log_{x+1} 36 = 2,$$
$$\begin{cases} (x+1)^2 = 36, \\ x+1>0, \\ x+1 \neq 1; \end{cases} \begin{cases} x_1=-7, \ x_2=5, \\ x>-1, \\ x \neq 0; \end{cases} \Rightarrow x=5. \quad \mathit{Ats.}: 5$$